

수리 영역(나 형)

짜수형

성명		수험 번호																	
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짜수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수리 영역(나형)

짝수형

1. $4^{\frac{3}{2}} \times \log_3 \sqrt{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여
행렬 $A(A+B)$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \times 6^{n+1} - 5^n}{6^n + 5^n} = 4$ 일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

4. 지수부등식 $(3^x - 5)(3^x - 100) < 0$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 13 ② 11 ③ 9 ④ 7 ⑤ 5

5. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고,

$$P(A) = \frac{2}{3}, P(A \cap B) = P(A) - P(B)$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

6. 어느 행사장에는 현수막을 1개씩 설치할 수 있는 장소가 5곳이 있다. 현수막은 A, B, C 세 종류가 있고, A는 1개, B는 4개, C는 2개가 있다. 다음 조건을 만족시키도록 현수막 5개를 택하여 5곳에 설치할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 현수막끼리는 구분하지 않는다.)

[3점]

(가) A는 반드시 설치한다.
(나) B는 2곳 이상 설치한다.

- ① 95 ② 85 ③ 75 ④ 65 ⑤ 55

7. 어느 디자인 공모 대회에 철수가 참가하였다. 참가자는 두 항목에서 점수를 받으며, 각 항목에서 받을 수 있는 점수는 표와 같이 3가지 중 하나이다. 철수가 각 항목에서 점수 A를 받을 확률은 $\frac{1}{2}$, 점수 B를 받을 확률은 $\frac{1}{3}$, 점수 C를 받을 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다. 관람객 투표 점수를 받는 사건과 심사 위원 점수를 받는 사건이 서로 독립일 때, 철수가 받는 두 점수의 합이 70일 확률은? [3점]

항목 \ 점수	점수		
	점수 A	점수 B	점수 C
관람객 투표	40	30	20
심사 위원	50	40	30

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{18}$ ④ $\frac{11}{36}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

8. 확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	-1	0	1	2	계
$P(X=x)$	$\frac{3-a}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3+a}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$P(0 \leq X \leq 2) = \frac{7}{8}$ 일 때, 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

9. 지반의 상대밀도를 구하기 위하여 지반에 시험기를 넣어 조사하는 방법이 있다. 지반의 유효수직응력을 S , 시험기가 지반에 들어가면서 받는 저항력을 R 라 할 때, 지반의 상대밀도 $D(\%)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다고 한다.

$$D = -98 + 66 \log \frac{R}{\sqrt{S}}$$

(단, S 와 R 의 단위는 metric ton/m²이다.)

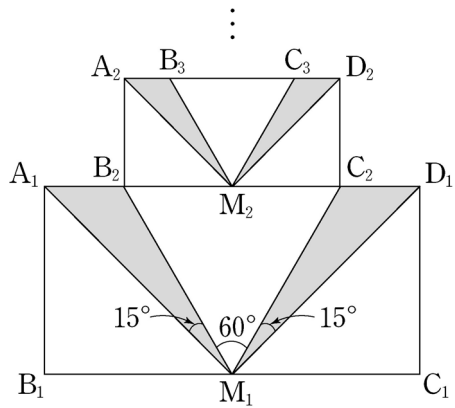
지반 A의 유효수직응력은 지반 B의 유효수직응력의 1.44배이고, 시험기가 지반 A에 들어가면서 받는 저항력은 시험기가 지반 B에 들어가면서 받는 저항력의 1.5배이다. 지반 B의 상대밀도가 65(%)일 때, 지반 A의 상대밀도(%)는? (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) [3점]

- ① 68.3 ② 71.6 ③ 74.9 ④ 78.2 ⑤ 81.5

10. $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 그림과 같이 선분 B_1C_1 의 중점을 M_1 이라 하고, 선분 A_1D_1 위에 $\angle A_1M_1B_2 = \angle C_2M_1D_1 = 15^\circ$, $\angle B_2M_1C_2 = 60^\circ$ 가 되도록 두 점 B_2, C_2 를 정한다. 삼각형 $A_1M_1B_2$ 의 넓이와 삼각형 $C_2M_1D_1$ 의 넓이의 합을 S_1 이라 하자.

사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 가 $\overline{B_2C_2} = 2\overline{A_2B_2}$ 인 직사각형이 되도록 그림과 같이 두 점 A_2, D_2 를 정한다. 선분 B_2C_2 의 중점을 M_2 라 하고, 선분 A_2D_2 위에 $\angle A_2M_2B_3 = \angle C_3M_2D_2 = 15^\circ$, $\angle B_3M_2C_3 = 60^\circ$ 가 되도록 두 점 B_3, C_3 을 정한다. 삼각형 $A_2M_2B_3$ 의 넓이와 삼각형 $C_3M_2D_2$ 의 넓이의 합을 S_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 S_n 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점]



- ① $\frac{7-\sqrt{3}}{8}$
- ② $\frac{5-\sqrt{3}}{5}$
- ③ $\frac{4+\sqrt{3}}{9}$
- ④ $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$
- ⑤ $\frac{2+\sqrt{3}}{6}$

11. 좌표평면에서 지수함수 $y=a^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동시킨 후, x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동시킨 그래프가 점 $(1, 4)$ 를 지난다. 양수 a 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}$
- ② 2
- ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 4
- ⑤ $4\sqrt{2}$

12. 1×2 행렬을 원소로 갖는 집합 S 와 2×1 행렬을 원소로 갖는 집합 T 가 다음과 같다.

$$S = \{(a \ b) \mid a+b \neq 0\}, \quad T = \left\{ \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \mid pq \neq 0 \right\}$$

집합 S 의 원소 A 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 집합 T 의 원소 P 에 대하여 PA 는 역행렬을 갖지 않는다.
- ㄴ. 집합 S 의 원소 B 와 집합 T 의 원소 P 에 대하여 $PA=PB$ 이면 $A=B$ 이다.
- ㄷ. 집합 T 의 원소 중에는 $PA \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 을 만족하는 P 가 있다.

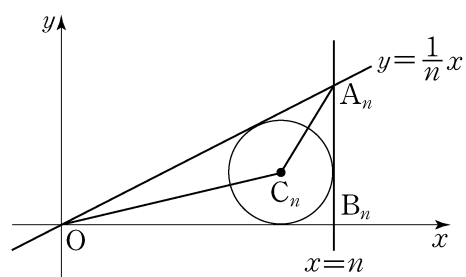
- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 어느 재래시장을 이용하는 고객의 집에서 시장까지의 거리는 평균이 1740m, 표준편차가 500m인 정규분포를 따른다고 한다. 집에서 시장까지의 거리가 2000m 이상인 고객 중에서 15%, 2000m 미만인 고객 중에서 5%는 자가용을 이용하여 시장에 온다고 한다. 자가용을 이용하여 시장에 온 고객 중에서 임의로 1명을 선택할 때, 이 고객의 집에서 시장까지의 거리가 2000m 미만일 확률은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 0.52) = 0.2$ 로 계산한다.) [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

14. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 두 직선 $y = \frac{1}{n}x$ 와 $x = n$ 이 만나는 점을 A_n , 직선 $x = n$ 과 x 축이 만나는 점을 B_n 이라 하자. 삼각형 A_nOB_n 에 내접하는 원의 중심을 C_n 이라 하고, 삼각형 A_nOC_n 의 넓이를 S_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고,

$$a_{n+1} = n+1 + \frac{(n-1)!}{a_1 a_2 \cdots a_n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$a_1 a_2 \cdots a_n a_{n+1} = a_1 a_2 \cdots a_n \times (n+1) + (n-1)!$$

이다. $b_n = \frac{a_1 a_2 \cdots a_n}{n!}$ 이라 하면, $b_1 = 1$ 이고

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \text{ 이므로 } \frac{a_1 a_2 \cdots a_n}{n!} = \boxed{\text{(나)}} \text{ 이다.}$$

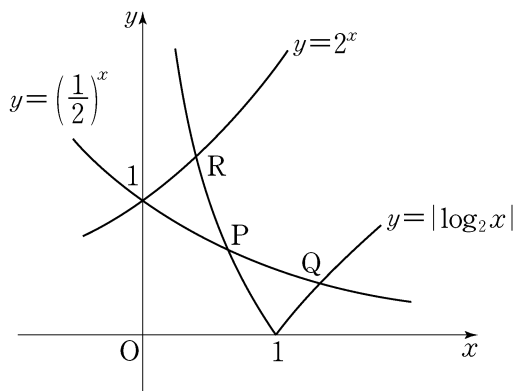
\vdots

따라서 $a_1 = 1$ 이고, $a_n = \frac{(n-1)(2n-1)}{2n-3} \quad (n \geq 2)$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$ 이라 할 때, $f(13) \times g(7)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{98}$ ② $\frac{1}{91}$ ③ $\frac{1}{84}$ ④ $\frac{1}{77}$ ⑤ $\frac{1}{70}$

16. 좌표평면에서 두 곡선 $y = |\log_2 x|$ 와 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 이 만나는 두 점을 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$)라 하고, 두 곡선 $y = |\log_2 x|$ 와 $y = 2^x$ 이 만나는 점을 $R(x_3, y_3)$ 이라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $\frac{1}{2} < x_1 < 1$

ㄴ. $x_2 y_2 - x_3 y_3 = 0$

ㄷ. $x_2(x_1 - 1) > y_1(y_2 - 1)$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 한국, 중국, 일본 학생이 2명씩 있다. 이 6명이 그림과 같이 좌석 번호가 지정된 6개의 좌석 중 임의로 1개씩 선택하여 앉을 때, 같은 나라의 두 학생끼리는 좌석 번호의 차가 1 또는 10이 되도록 앉게 될 확률은? [4점]

11	12	13
21	22	23

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{3}{20}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

단답형

18. 등식 $2 \times {}_n C_3 = 3 \times {}_n P_2$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

19. 로그방정식 $\log_3(x-4) = \log_9(5x+4)$ 의 근을 α 라 할 때, α 의 값을 구하시오. [3점]

20. 서로 다른 6개의 공을 두 바구니 A, B에 3개씩 담을 때,
그 결과로 나올 수 있는 경우의 수를 구하시오. [3점]

21. 동전 2개를 동시에 던지는 시행을 10회 반복할 때,
동전 2개 모두 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X 라고 하자.
확률변수 $4X+1$ 의 분산 $V(4X+1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

22. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 의 세 항 a_2, a_4, a_9 가
이 순서대로 공비 r 인 등비수열을 이룰 때, $6r$ 의 값을
구하시오. [4점]

23. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 집합

$$\{3^{2k-1} \mid k \text{는 자연수}, 1 \leq k \leq n\}$$

의 서로 다른 두 원소를 곱하여 나올 수 있는 모든 값만을
원소로 하는 집합을 S 라 하고, S 의 원소의 개수를 $f(n)$ 이라
하자. 예를 들어, $f(4)=5$ 이다. 이때, $\sum_{n=2}^{11} f(n)$ 의 값을 구하시오.
[4점]

24. 자연수 A 에 대하여 $\log A$ 의 지표를 n , 가수를 α 라 할 때,
 $n \leq 2\alpha$ 가 성립하도록 하는 A 의 개수를 구하시오.
(단, $3.1 < \sqrt{10} < 3.2$) [4점]

25. 자연수 m 에 대하여 크기가 같은 정육면체 모양의 블록이 1열에 1개, 2열에 2개, 3열에 3개, ..., m 열에 m 개 쌓여 있다. 블록의 개수가 짝수인 열이 남아 있지 않을 때까지 다음 시행을 반복한다.

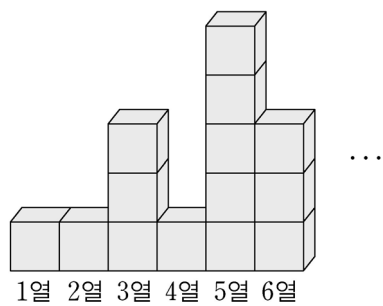
블록의 개수가 짝수인 각 열에 대하여 그 열에 있는 블록의 개수의 $\frac{1}{2}$ 만큼의 블록을 그 열에서 들어낸다.

블록을 들어내는 시행을 모두 마쳤을 때, 1열부터 m 열까지 남아 있는 블록의 개수의 합을 $f(m)$ 이라 하자.

예를 들어, $f(2) = 2, f(3) = 5, f(4) = 6$ 이다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(2^{n+1}) - f(2^n)}{f(2^{n+2})} = \frac{q}{p}$$

일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



5지선다형

26. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$$

를 만족시킨다. $a_2 = -1, a_3 = 2$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합은? [3점]

- ① 75 ② 80 ③ 85 ④ 90 ⑤ 95

27. 어느 도시에서 공용 자전거의 1회 이용 시간은 평균이 60분, 표준편차가 10분인 정규분포를 따른다고 한다.

공용 자전거를 이용한 25회를 임의추출하여 조사할 때, 25회 이용 시간의 총합이 1450분 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.8351 ② 0.8413 ③ 0.9332
 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

28. 어느 회사에서는 응시자의 추론능력시험과 공간지각능력시험의 원점수를 변환하여 사용한다. 추론능력시험의 원점수가 x , 공간지각능력시험의 원점수가 y 일 때, 두 가지 변환점수 p 와 q 는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

응시자 A, B, C의 각 변환점수가 표와 같을 때, 응시자 A, B, C의 추론능력시험의 원점수를 각각 a, b, c 라 하자. a, b, c 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? [4점]

변환점수 \ 응시자	A	B	C
p	45	50	45
q	40	50	50

- ① $a > b > c$ ② $a > c > b$ ③ $b > a > c$
 ④ $b > c > a$ ⑤ $c > b > a$

29. 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = i - j \quad (i = 1, 2, j = 1, 2)$$

이다. 행렬 $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2010}$ 의 $(2, 1)$ 성분은? [4점]

- ① -2010 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2010

단답형

30. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \log \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{20} a_{2k} = p$ 라 할 때, 10^p 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.