

제 2 교시

수리 영역(가형)

출수형

1. $4^{\frac{3}{2}} \times \log_3 \sqrt{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여
 행렬 $A(A+B)$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 좌표공간에서 점 $P(0, 3, 0)$ 과 점 $A(-1, 1, a)$ 사이의
 거리는 점 P 와 점 $B(1, 2, -1)$ 사이의 거리의 2배이다.
 양수 a 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{7}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{3}$

4. 무리방정식

$$\sqrt{4x^2 - 5x + 7} - 4x^2 + 5x = 1$$

의 모든 실근의 곱은? [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

5. 좌표평면에서 점 $A(0, 4)$ 와 타원 $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 위의 점 P 에 대하여 두 점 A 와 P 를 지나는 직선이 원 $x^2 + (y-3)^2 = 1$ 과 만나는 두 점 중에서 A 가 아닌 점을 Q 라 하자. 점 P 가 타원 위의 모든 점을 지날 때, 점 Q 가 나타내는 도형의 길이는? [3점]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$
 ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{4}\pi$

6. 어느 행사장에는 현수막을 1개씩 설치할 수 있는 장소가 5곳이 있다. 현수막은 A, B, C 세 종류가 있고, A는 1개, B는 4개, C는 2개가 있다. 다음 조건을 만족시키도록 현수막 5개를 택하여 5곳에 설치할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 현수막끼리는 구분하지 않는다.) [3점]

- (가) A는 반드시 설치한다.
 (나) B는 2곳 이상 설치한다.

- ① 55 ② 65 ③ 75 ④ 85 ⑤ 95

7. 어느 디자인 공모 대회에 철수가 참가하였다. 참가자는 두 항목에서 점수를 받으며, 각 항목에서 받을 수 있는 점수는 표와 같이 3가지 중 하나이다. 철수가 각 항목에서 점수 A를 받을 확률은 $\frac{1}{2}$, 점수 B를 받을 확률은 $\frac{1}{3}$, 점수 C를 받을 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다. 관람객 투표 점수를 받는 사건과 심사 위원 점수를 받는 사건이 서로 독립일 때, 철수가 받는 두 점수의 합이 70일 확률은? [3점]

항목 \ 점수	점수 A	점수 B	점수 C
관람객 투표	40	30	20
심사 위원	50	40	30

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{11}{36}$ ③ $\frac{5}{18}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x < -1) \\ 0 & (x = -1) \\ x^2 & (-1 < x < 1) \\ x-2 & (x \geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

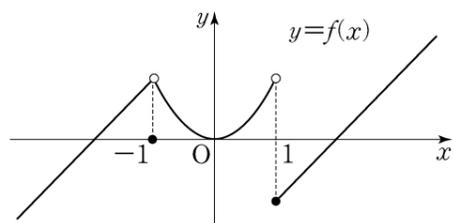
<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1+0} \{f(x) + f(-x)\} = 0$

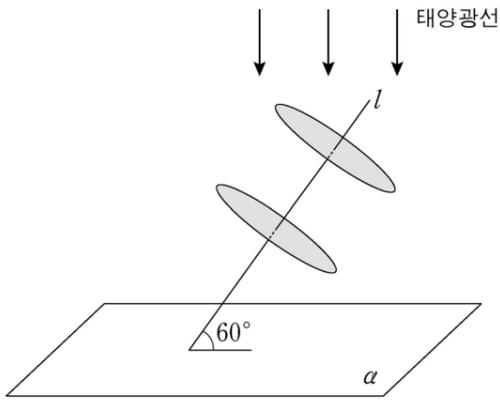
ㄴ. 함수 $f(x) - |f(x)|$ 가 불연속인 점은 1개이다.

ㄷ. 함수 $f(x)f(x-a)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되는 상수 a 는 없다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



11. 그림과 같이 중심 사이의 거리가 $\sqrt{3}$ 이고 반지름의 길이가 1인 두 원판과 평면 α 가 있다. 각 원판의 중심을 지나는 직선 l 은 두 원판의 면과 각각 수직이고, 평면 α 와 이루는 각의 크기가 60° 이다. 태양광선이 그림과 같이 평면 α 에 수직인 방향으로 비출 때, 두 원판에 의해 평면 α 에 생기는 그림자의 넓이는? (단, 원판의 두께는 무시한다.) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi + \frac{3}{8}$
- ② $\frac{2}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{4}$
- ③ $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi + \frac{1}{8}$
- ④ $\frac{4}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{16}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi + \frac{3}{4}$

12. 1×2 행렬을 원소로 갖는 집합 S 와 2×1 행렬을 원소로 갖는 집합 T 가 다음과 같다.

$$S = \{(a \ b) \mid a+b \neq 0\}, \quad T = \left\{ \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \mid pq \neq 0 \right\}$$

집합 S 의 원소 A 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 집합 T 의 원소 P 에 대하여 PA 는 역행렬을 갖지 않는다.
- ㄴ. 집합 S 의 원소 B 와 집합 T 의 원소 P 에 대하여 $PA=PB$ 이면 $A=B$ 이다.
- ㄷ. 집합 T 의 원소 중에는 $PA \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 을 만족하는 P 가 있다.

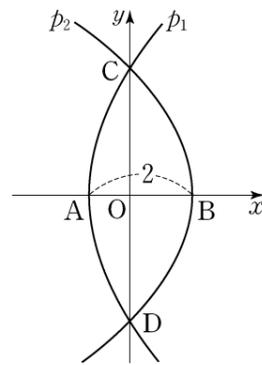
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 어느 재래시장을 이용하는 고객의 집에서 시장까지의 거리는 평균이 1740m, 표준편차가 500m인 정규분포를 따른다고 한다. 집에서 시장까지의 거리가 2000m 이상인 고객 중에서 15%, 2000m 미만인 고객 중에서 5%는 자가용을 이용하여 시장에 온다고 한다. 자가용을 이용하여 시장에 온 고객 중에서 임의로 1명을 선택할 때, 이 고객의 집에서 시장까지의 거리가 2000m 미만일 확률은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 0.52) = 0.2$ 로 계산한다.) [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

14. 그림과 같이 좌표평면에서 x 축 위의 두 점 A, B에 대하여 꼭짓점이 A인 포물선 p_1 과 꼭짓점이 B인 포물선 p_2 가 다음 조건을 만족시킨다. 이때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

- (가) p_1 의 초점은 B이고, p_2 의 초점은 원점 O이다.
 (나) p_1 과 p_2 는 y 축 위의 두 점 C, D에서 만난다.
 (다) $\overline{AB} = 2$



- ① $4(\sqrt{2}-1)$ ② $3(\sqrt{3}-1)$ ③ $2(\sqrt{5}-1)$
 ④ $\sqrt{3}+1$ ⑤ $\sqrt{5}+1$

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$ 이고,

$$a_{n+1} = n+1 + \frac{(n-1)!}{a_1 a_2 \cdots a_n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$a_1 a_2 \cdots a_n a_{n+1} = a_1 a_2 \cdots a_n \times (n+1) + (n-1)!$$

이다. $b_n = \frac{a_1 a_2 \cdots a_n}{n!}$ 이라 하면, $b_1 = 1$ 이고

$$b_{n+1} = b_n + \text{[가]}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \text{[나]} \text{이므로 } \frac{a_1 a_2 \cdots a_n}{n!} = \text{[나]} \text{이다.}$$

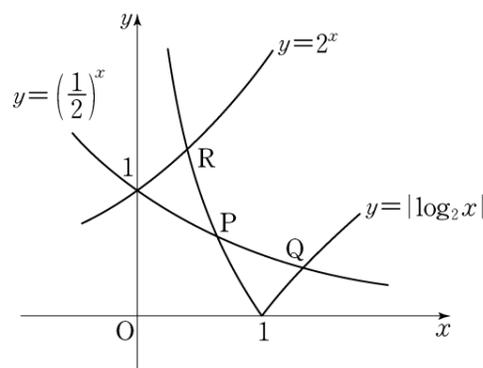
⋮

따라서 $a_1 = 1$ 이고, $a_n = \frac{(n-1)(2n-1)}{2n-3} \quad (n \geq 2)$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$ 이라 할 때, $f(13) \times g(7)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{70}$ ② $\frac{1}{77}$ ③ $\frac{1}{84}$ ④ $\frac{1}{91}$ ⑤ $\frac{1}{98}$

16. 좌표평면에서 두 곡선 $y=|\log_2 x|$ 와 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 이 만나는 두 점을 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$)라 하고, 두 곡선 $y=|\log_2 x|$ 와 $y=2^x$ 이 만나는 점을 $R(x_3, y_3)$ 이라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $\frac{1}{2} < x_1 < 1$

ㄴ. $x_2 y_2 - x_3 y_3 = 0$

ㄷ. $x_2(x_1 - 1) > y_1(y_2 - 1)$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의
시각 $t(0 \leq t \leq 5)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가 다음과 같다.

$$v(t) = \begin{cases} 4t & (0 \leq t < 1) \\ -2t+6 & (1 \leq t < 3) \\ t-3 & (3 \leq t \leq 5) \end{cases}$$

$0 < x < 3$ 인 실수 x 에 대하여 점 P가

- 시각 $t=0$ 에서 $t=x$ 까지 움직인 거리,
시각 $t=x$ 에서 $t=x+2$ 까지 움직인 거리,
시각 $t=x+2$ 에서 $t=5$ 까지 움직인 거리

중에서 최소인 값을 $f(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서
있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $f(1)=2$
ㄴ. $f(2)-f(1) = \int_1^2 v(t)dt$
ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

단답형

18. 함수 $f(x) = (x-1)^2(x-4) + a$ 의 극솟값이 10일 때, 상수
 a 의 값을 구하십시오. [3점]

19. x 에 대한 분수부등식

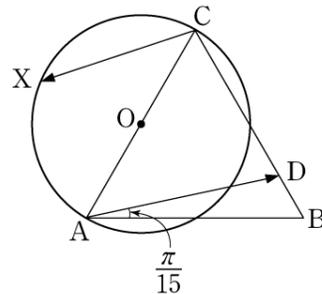
$$1 + \frac{k}{x-k} \leq \frac{1}{x-1}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 3이 되도록 하는 자연수 k 의
값을 구하십시오. [3점]

20. 두 곡선 $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{-x+10}$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피가 $a\pi$ 일 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

21. 좌표공간에서 직선 $\frac{x}{2} = y = z + 3$ 과 평면 $\alpha: x + 2y + 2z = 6$ 의 교점을 A라 하자. 중심이 점 $(1, -1, 5)$ 이고 점 A를 지나는 구가 평면 α 와 만나서 생기는 도형의 넓이는 $k\pi$ 이다. k 의 값을 구하시오. [3점]

22. 그림과 같이 평면 위에 정삼각형 ABC와 선분 AC를 지름으로 하는 원 O가 있다. 선분 BC 위의 점 D를 $\angle DAB = \frac{\pi}{15}$ 가 되도록 정한다. 점 X가 원 O 위를 움직일 때, 두 벡터 \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{CX} 의 내적 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CX}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 X를 점 P라 하자. $\angle ACP = \frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



23. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 집합

$$\{3^{2^k-1} \mid k \text{는 자연수}, 1 \leq k \leq n\}$$

의 서로 다른 두 원소를 곱하여 나올 수 있는 모든 값만을 원소로 하는 집합을 S 라 하고, S 의 원소의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어, $f(4) = 5$ 이다. 이때, $\sum_{n=2}^{11} f(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

24. 최고차항의 계수가 1이고, $f(0)=3$, $f'(3)<0$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 집합 S 를

$$S = \{a \mid \text{함수 } |f(x)-t| \text{가 } x=a \text{에서 미분가능하지 않다.}\}$$

라 하고, 집합 S 의 원소의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t=3$ 과 $t=19$ 에서만 불연속일 때, $f(-2)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

25. 자연수 m 에 대하여 크기가 같은 정육면체 모양의 블록이 1열에 1개, 2열에 2개, 3열에 3개, ..., m 열에 m 개 쌓여 있다. 블록의 개수가 짝수인 열이 남아 있지 않을 때까지 다음 시행을 반복한다.

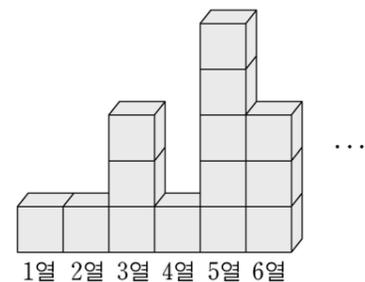
블록의 개수가 짝수인 각 열에 대하여 그 열에 있는 블록의 개수의 $\frac{1}{2}$ 만큼의 블록을 그 열에서 들어낸다.

블록을 들어내는 시행을 모두 마쳤을 때, 1열부터 m 열까지 남아 있는 블록의 개수의 합을 $f(m)$ 이라 하자.

예를 들어, $f(2)=2$, $f(3)=5$, $f(4)=6$ 이다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(2^{n+1}) - f(2^n)}{f(2^{n+2})} = \frac{q}{p}$$

일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

26. $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때, $\sec \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [3점]

- ① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

27. 좌표평면에서 곡선 $y^3 = \ln(5-x^2) + xy + 4$ 위의 점 (2, 2)에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $-\frac{3}{5}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{3}{10}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

28. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 $f(2x) = 2f(x)f'(x)$ 이고,

$$f(a) = 0, \int_{2a}^{4a} \frac{f(x)}{x} dx = k \quad (a > 0, 0 < k < 1)$$

일 때, $\int_a^{2a} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2} dx$ 의 값을 k 로 나타낸 것은? [3점]

- ① $\frac{k^2}{4}$ ② $\frac{k^2}{2}$ ③ k^2
 ④ k ⑤ $2k$

29. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^2 f(x)dx$ 의 최솟값은? [4점]

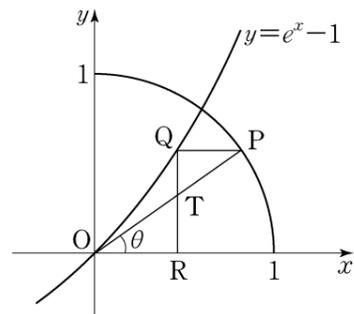
- (가) $f(0)=1, f'(0)=1$
- (나) $0 < a < b < 2$ 이면 $f'(a) \leq f'(b)$ 이다.
- (다) 구간 $(0, 1)$ 에서 $f''(x) = e^x$ 이다.

- ① $\frac{1}{2}e-1$
- ② $\frac{3}{2}e-1$
- ③ $\frac{5}{2}e-1$
- ④ $\frac{7}{2}e-2$
- ⑤ $\frac{9}{2}e-2$

단답형

30. 좌표평면에서 그림과 같이 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P에 대하여 선분 OP가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)라 하자. 점 P를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=e^x-1$ 과 만나는 점을 Q라 하고, 점 Q에서 x축에 내린 수선의 발을 R라 하자. 선분 OP와 선분 QR의 교점을 T라 할 때, 삼각형 ORT의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

26. 이산확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = \frac{ax+2}{10} \quad (x = -1, 0, 1, 2)$$

일 때, 확률변수 $3X+2$ 의 분산 $V(3X+2)$ 의 값은?
(단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 9 ② 18 ③ 27 ④ 36 ⑤ 45

27. 남자 탁구 선수 4명과 여자 탁구 선수 4명이 참가한 탁구
시합에서 임의로 2명씩 4개의 조를 만들 때, 남자 1명과 여자
1명으로 이루어진 조가 2개일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{18}{35}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{24}{35}$ ⑤ $\frac{27}{35}$

28. 어느 회사 직원의 하루 생산량은 근무 기간에 따라
달라진다고 한다. 근무 기간이 n 개월 ($1 \leq n \leq 100$)인 직원의
하루 생산량은 평균이 $an+100$ (a 는 상수), 표준편차가 12인
정규분포를 따른다고 한다. 근무 기간이 16개월인 직원의 하루
생산량이 84 이하일 확률이

0.0228일 때, 근무 기간이
36개월인 직원의 하루
생산량이 100 이상이고
142 이하일 확률을 오른쪽
표준정규분포표를 이용하여
구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.7745 ② 0.8185 ③ 0.9104
④ 0.9270 ⑤ 0.9710

29. 두 자료 A와 B가 있다. 서로 다른 5개의 수로 이루어진 A의 평균과 중앙값은 모두 25이다. 7개의 수로 이루어진 B에서 5개는 A의 자료와 일치하고, 나머지 2개는 x, y 이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. B의 평균이 25이면 B의 중앙값도 25이다.
 ㄴ. B의 평균이 27 이상이면 x 와 y 중에서 적어도 하나는 32 이상이다.
 ㄷ. x 와 y 가 모두 25이면 B의 표준편차가 A의 표준편차보다 작다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

30. 우리나라 성인을 대상으로 특정 질병에 대한 항체 보유 비율을 조사하려고 한다. 모집단의 항체 보유 비율을 p , 모집단에서 임의로 추출한 n 명을 대상으로 조사한 표본의 항체 보유 비율을 \hat{p} 이라고 할 때, $|\hat{p}-p| \leq 0.16\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}$ 일 확률이 0.9544 이상이 되도록 하는 n 의 최솟값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$ 이다.) [4점]

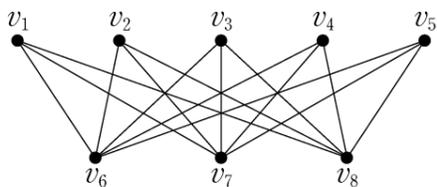
* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이산수학

26. 자연수 7의 분할 중에서, 3 이하의 자연수의 합으로 나타내어지는 서로 다른 분할의 수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

27. 다음 그래프에 최소 개수의 변을 추가하여 해밀턴회로를 갖는 그래프 H를 만들 때, 가능한 그래프 H의 개수는? [3점]



- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

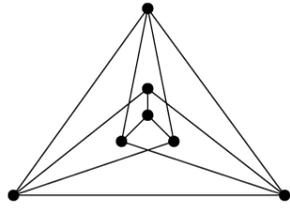
28. 6개 사무실 A, B, C, D, E, F를 가진 어느 신축 건물의 사무실 간 전산망을 구축하는 데 필요한 비용이 표와 같다. 6개 사무실이 전산망을 통해 모두 연결되도록 전산망을 구축하는 데 필요한 최소 비용은? [3점]

(단위: 100만 원)

	A	B	C	D	E	F
A		5	4	2	2	1
B	5		5	3	5	5
C	4	5		4	5	6
D	2	3	4		3	3
E	2	5	5	3		3
F	1	5	6	3	3	

- ① 1100만 원 ② 1200만 원
 ③ 1300만 원 ④ 1400만 원
 ⑤ 1500만 원

29. 7개의 꼭짓점을 갖는 다음 그래프 G에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



- <보 기>
- ㄱ. 그래프 G의 생성수형도의 변의 개수는 6이다.
 - ㄴ. 그래프 G는 평면그래프가 아니다.
 - ㄷ. 그래프 G의 꼭짓점을 적절하게 색칠하기 위해 필요한 최소의 색의 수는 3이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄱ, ㄷ

단답형

30. 중복을 허용하여 a, b, c 로 만든 n 자리 문자열 중에서 다음 조건을 만족시키는 문자열의 개수를 a_n 이라 하자.

- (가) 첫 문자와 끝 문자는 모두 a 이다.
- (나) b 와 c 바로 뒤에는 a 만 올 수 있다.

수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1, a_2 = 1$ 이고, 점화 관계

$$a_{n+2} = a_{n+1} + pa_n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. $a_7 = q$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.